

ПОКАЗАТЕЛИ АСИММЕТРИЧНОСТИ ИЗЛУЧИН И МЕАНДРОВ

В.И. Замышляев

ФГБУ «Государственный гидрологический институт», Санкт-Петербург, Россия

viza51@mail.ru

Поступила в редакцию 05.09.2025

После доработки 02.10.2025

Принята к публикации 06.10.2025

Аннотация. Вопрос о параметрах, характеризующих асимметричность излучин и/или меандров, заслуживает специального рассмотрения, поскольку большинство излучин и/или меандров имеют очевидно асимметричные плановые формы, и на это обстоятельство указывали многие исследователи. Кроме того, показатели асимметричности излучин и/или меандров входят в ряд выражений, применяемых для аппроксимации плановых форм осевой линии русла. В настоящей работе описаны некоторые индексы, используемые в качестве показателей асимметричности излучин, уточнены параметры, входящие в определяющие эти индексы формулы, и произведено их сравнение с позиций полноты описания асимметрии речных излучин и/или меандров и удобства их использования при анализе планиметрии меандрирующих русел.

Ключевые слова: меандрирующее русло, измерители планиметрии излучины, шаг излучины, вершина излучины, угол входа, угол выхода, крылья излучины

DOI: <https://doi.org/10.71367/3034-4638-2025-2-3-42-56>

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривая карты, аэро- или космические снимки с изображениями рек, легко увидеть, что многие излучины очевидно несимметричны. Причины несимметричности речных излучин исследовались разными авторами, выдвигались различные гипотезы для объяснения этого явления, но единого мнения на этот счет среди исследователей руслового процесса до сих пор нет — обзор работ по этой теме можно найти, например, в монографии «Речные излучины» (Чалов и др., 2004). В работе В.И. Замышляева (Замышляев, 2025) показано, что при исследованиях плановой конфигурации меандрирующих рек ряд авторов в качестве структурных единиц меандрирующего русла используют излучины, т. е. участки русла между двумя последовательными точками перегиба осевой линии, а другие — меандры, под которыми понимаются либо участки русла, состоящие из двух смежных излучин, либо участки, состоящие из одной расположенной в середине меандра излучины и двух частей (примерно — половинок) соседних излучин выше и ниже по течению.

Возможность количественно оценить характер и степень асимметричности излучин и/или меандров важна как для теоретического изучения

закономерностей изменения плановых форм русла в процессе меандрирования рек, включая поиск морфометрических зависимостей между измерителями, описывающими планиметрию меандрирующих русел, так и для практического применения полученных знаний, поскольку целью подобного исследования в конечном итоге должно быть построение методов, позволяющих прогнозировать изменения плановой конфигурации русла или хотя бы его морфологических единиц — излучин и меандров. Среди таких методов могут быть подходы, связанные с построением аппроксимаций плановых форм осевой линии русла, причем в число параметров аппроксимирующих кривых могут входить показатели асимметричности, а потому построение индексов, позволяющих адекватно характеризовать асимметричность излучин и меандров, является актуальной и важной задачей, имеющей большое теоретическое и практическое значение. Целью настоящей работы является анализ существующих подходов к исследованию асимметрии плановых форм речного русла, описание некоторых индексов, используемых в качестве показателей асимметричности излучин и меандров, уточнение параметров, входящих в определяющие эти индексы формулы, и проведе-

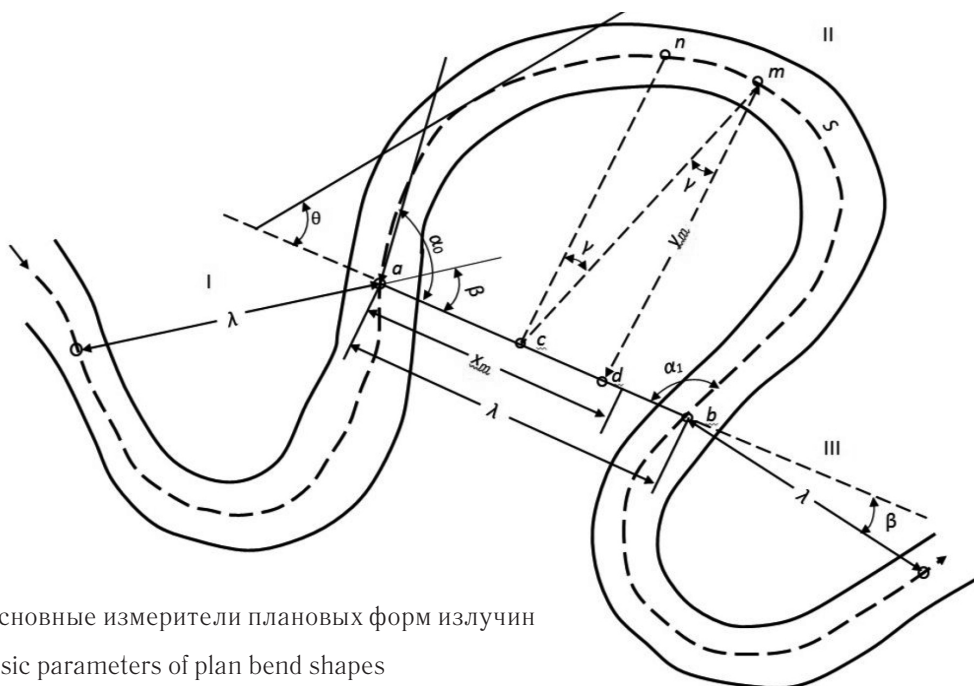


Рис. 1. Основные измерители плановых форм излучин

Fig. 1. Basic parameters of plan bend shapes

ние их сравнения с позиций полноты описания и удобства их использования при анализе планиметрии меандрирующих русел.

АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ АСИММЕТРИЧНОСТИ

Выбор структурной единицы меандрирующего русла предопределяет, среди прочего, существенную разницу в системе параметров, используемых для описания плановых форм излучин или меандров, часто называемой системой измерителей. На самом деле, сформулировать понятие симметричности, оставаясь в парадигме «меандр», крайне сложно или почти невозможно, в том числе и по причине указанной неоднозначности в определении меандра. Но какой бы подход к определению меандра не был применен, симметричность меандра должна предполагать не только симметричность составляющих его элементов, но и то, что все точки перегиба, относящиеся к этим элементам, должны лежать на одной прямой, что в природе наблюдается нечасто.

Как отмечено выше, излучиной принято называть участок русла между *двумя последовательными точками перегиба*, которые определяются как точки на осевой линии русла, где кривизна осевой меняет знак. При этом первая точка перегиба — верхняя по течению — считается начальной (верховой) точкой излучины; вторая точка перегиба — нижняя по течению — считается конечной (низовой) точкой излучины, эти точки — *a* и *b* — указаны на рис. 1, где также обозначены следующие точки:

на осевой линии русла: вершина излучины *m* — точка, наиболее удаленная от линии шага, и точка *n*, являющаяся точкой пересечения осевой линии русла с перпендикуляром, проходящим через середину линии шага (срединный перпендикуляр);

на линии шага: точка *c* — середина шага излучины и точка *d*, представляющая проекцию вершины излучины *m* на линию шага (эту точку по аналогии с треугольником можно назвать основанием вершины излучины).

В дальнейшем, если не указано иное, будем считать, что на всех приведенных рисунках поток движется слева направо, и, соответственно, можно считать начальную точку излучины левой, а конечную — правой.

В парадигме «излучина» понятие асимметрии может быть сформулировано с гораздо большей определенностью, и в качестве ее показателя разными авторами предложены различные индексы. Например, Н.Е. Кондратьевым (Кондратьев, 1968) разработана одна из самых подробных систем плановых морфологических измерителей меандрирующего русла, основанная на концепте «излучина». В этой системе *асимметричность* излучины выражается через коэффициент A_K (некоторые обозначения в тексте и подписях к рисункам в этой статье для сохранения единообразия изменены по сравнению с обозначениями, использованными авторами в своих работах):

$$A_K = \frac{2x_m - \lambda}{2y_m}, \quad (1)$$

входящие в эту формулу параметры указаны на рис. 1: λ — шаг излуины, равный расстоянию по прямой между начальной a и конечной b точками излуины; y_m — высота (стрела) излуины, равная расстоянию от вершины излуины m до линии шага; x_m — расстояние между верховой точкой перегиба a и точкой d ; S — длина излуины, равная длине осевой линии русла между точками перегиба; угол входа α_0 и угол выхода α_1 — углы, образуемые касательной с линией шага в начальной и конечной точках излуины соответственно (считаются положительными); $\alpha = \alpha_0 + \alpha_1$ — угол разворота излуины; β — угол сопряжения излуин, равный углу, образуемому линиями шага смежных излуин (считается положительным, если угол входа нижележащей излуины больше угла выхода вышележащей излуины — линия шага отклоняется вправо по течению, и отрицательным в противном случае — линия шага отклоняется влево по течению). Также на рис. 1 через θ обозначен угол, образуемый касательной к осевой с линией шага. Заметим, что шагом излуины называют и сам отрезок прямой, соединяющий точки перегиба в излуине, и расстояние между ними.

Коэффициент A_K может принимать как положительные, так и отрицательные значения либо равняться нулю. Если точка d лежит между точками a и c — это означает, что $x_m < \lambda/2$. Кроме того, по определению считается, что если точка d лежит левее точки a на продолжении линии шага, то x_m принимает отрицательные значения. Таким образом, согласно формуле (1), если точка d находится левее точки c , то $A_K < 0$, если же правее — то $A_K > 0$.

Поскольку несовпадение проекции вершины m на линию шага (точка d) с отметкой середины шага излуины (точка c) является очевидным свидетельством несимметричности излуины, будем называть излуины, у которых точка d расположена левее точки c , «скошенными вверх по течению», а

излучины, у которых точка d расположена правее точки c , — «скошенными вниз по течению» (примеры таких излуин приведены на рис. 2а и 2б соответственно). Если же излуины асимметричны столь сильно, что точка d выходит за пределы шага излуины, то будем называть такие излуины «заваленными вверх по течению», если точка d лежит левее начальной точки излуины a , и «заваленными вниз по течению», если точка d лежит правее конечной точки излуины b .

С учетом этих определений можно констатировать, что:

если $A_K = 0$, то $x_m = \lambda/2$, точки d и c совпадают;

если $A_K < 0$, то $x_m < \lambda/2$, точка d расположена левее точки c и излуина «скошена» вверх по течению (влево);

если $A_K > 0$, то $x_m > \lambda/2$, точка d расположена правее точки c и излуина «скошена» вниз по течению (вправо).

Для симметричных излуин $x_m = \lambda/2$, а потому $A_K = 0$. Хотя обратное, строго говоря, неверно, т. е. из условия $A_K = 0$ не следует, что излуина абсолютно симметрична (более подробно этот вопрос рассматривается ниже), но при значении коэффициента A_K , равном нулю, форма излуин, в основном, близка к симметричной.

Нетрудно видеть, что коэффициент A_K равен тангенсу угла γ , образованного перпендикуляром к линии шага, проходящим через ее среднюю точку c (срединым перпендикуляром), и прямой, соединяющей эту среднюю точку с вершиной излуины m (см. рис. 1):

$$A_K = \operatorname{tg} \gamma. \quad (2)$$

Из элементарных геометрических соображений очевидно, что определенный вышеуказанным образом угол γ равен углу, который образуют перпендикуляр, опущенный из вершины излуины m на линию шага, и отрезок, соединяющий вершину излуины m с точкой c , так что если для определения коэффициента асимметричности излуины A_K предпочтительнее измерять именно угол, можно для его определения использовать любой из указанных углов. Заметим, что для симметричных излуин эти углы равны нулю. Исходя из типовых форм речных излуин, можно предположить, что в большинстве случаев абсолютное значение коэффициента A_K меньше единицы, но исследования статистики этой величины нам неизвестны, да и существенного значения, как будет показано ниже, это обстоятельство не имеет.

Для выражения степени асимметричности излуин, на наш взгляд, удобнее использовать более простой показатель асимметричности A_Z ,

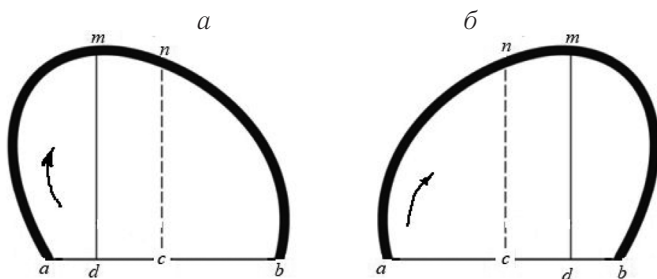


Рис. 2. Примеры скошенных излуин: (а) — скошенная вверх по течению (влево); (б) — скошенная вниз по течению (вправо)

Fig. 2. Examples of skewed bends: (a) — skewed upstream (to the left); (b) — skewed downstream (to the right)

чья величина определяется положением точки d на линии шага:

$$A_Z = 0.5 - \frac{x_m}{\lambda}. \quad (3)$$

По значениям этого индекса можно получать достаточно полное представление о плановой форме излучины:

- при $A_Z = 0$ излучина условно симметрична, $x_m = \lambda/2$;
- при $A_Z > 0$ излучина скошена вверх по течению (влево), причем если $A_Z > 0.5$, то излучина завалена вниз — точка d левее точки a ;
- при $A_Z < 0$ излучина скошена вниз по течению (вправо), причем если $A_Z < -0.5$, то излучина завалена вверх — точка d правее точки b .

Сравнивая индексы A_K и A_Z , можно отметить, что хотя по знаку коэффициента A_K можно понять, в какую сторону излучина скошена, но абсолютное значение этого коэффициента не добавляет никакой значимой информации о возможной форме излучины. Объясняется это тем, что формула для A_K в качестве нормирующего члена содержит стрелу излучины y_m , чье значение определяется степенью развитости излучины и заранее не известно. На этот недостаток коэффициента A_K — вхождение в его структуру стрелы излучины y_m — указал и В.А. Савицкий (Савицкий, 1995), отметив, что этот коэффициент может принимать одинаковые значения при различных сочетания x_m/λ и y_m/λ , и потому с его помощью можно сравнивать степень асимметрии лишь излучин с одинаковой относительной стрелой. А вот на величину коэффициента A_Z значение высоты излучины y_m не оказывает

никакого влияния, и потому этот коэффициент представляется более удобным в использовании, чем индекс A_K . При этом легко показать, что A_Z и A_K связаны простой зависимостью:

$$A_Z = -A_K \frac{y_m}{\lambda} \quad (4)$$

устраняющей как раз влияние высоты излучины y_m на значение коэффициента A_Z , что, безусловно, может быть отнесено к его преимуществам.

В монографии Р.С. Чалова, А.С. Завадского и А.В. Панина (Чалов и др., 2004) для оценки степени плановой асимметрии свободных излучин используются два показателя, определяемые по значениям параметров излучины, привязанным к точке d и точке c (см. заимствованный из указанной работы рис. 3). Одним из этих показателей является отношение разницы длины верхнего и нижнего крыльев излучины (l_u и l_d) к общей длине излучины $S = l_u + l_d$, названное авторами показателем асимметрии крыльев A_W :

$$A_W = (l_u - l_d) / S. \quad (5)$$

Длина верхнего крыла излучины l_u определяется как расстояние по осевой линии русла от верхней точки перегиба a до точки n , в которой срединный перпендикуляр, названный в работе геометрической осью излучины, пересекается с осевой линией русла; соответственно, длина нижнего крыла излучины l_d — расстояние от точки n до нижней точки перегиба b . Как следует из формулы (5), значение показателя асимметрии крыльев A_W по абсолютной величине всегда меньше 1.

Второй введенный авторами индекс асимметрии излучин назван ими вершинной асимметрией A_a и определен следующим образом:

$$A_a = 2D / \lambda, \quad (6)$$

где λ — шаг излучины, D — расстояние между точками c и d .

На основании обработки значительного объема натурных данных авторы установили, что в большинстве случаев знак у показателей асимметрии A_a и A_W совпадал, а их значения связаны между собой достаточно тесной линейной связью (коэффициент корреляции порядка 0.8–0.9) и аппроксимируются уравнением регрессии

$$A_W = 0.3 A_a \quad (7)$$

Относительно показателя вершинной асимметрии A_a авторы указывают, что его значение по абсолютной величине может превышать 1, если излучина очень сильно «завалена» вверх или вниз по течению, и проекция вершины попадает

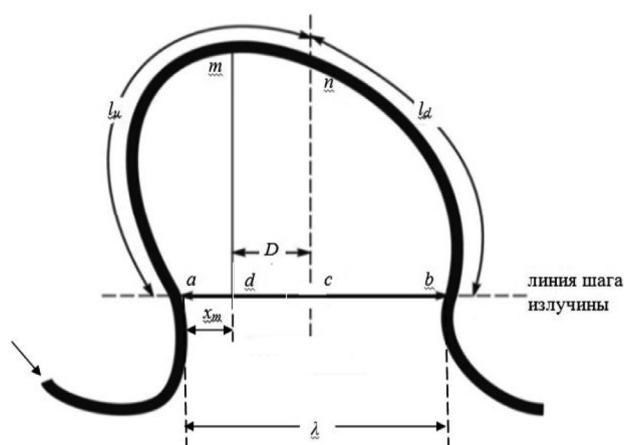


Рис. 3. Морфометрические параметры, используемые в работе (Чалов и др., 2004) для оценки асимметрии излучин в плане

Fig. 3. Morphometric parameters used in the work (Chalov et al., 2004) to assess the asymmetry of bends in plan

на продолжение линии шага. При этом авторы *принимают*, что индекс A_a , так же как показатель асимметричности крыльев A_w , имеет положительное значение, если вершина излучины смещена относительно срединного перпендикуляра вверх по течению, и отрицательное — при смещении вниз. Но знак показателя асимметричности крыльев A_w однозначно определяется знаком числителя в выражении (5) и, следовательно, в отношении него не требуется принимать никаких дополнительных допущений, а вот пояснение о знаке A_a означает, что в отношении параметра D принимается допущение о том, что он может быть как положительным, так и отрицательным (λ по определению является положительной величиной). Таким образом, указанное допущение означает, что величина D считается положительной, если точка d лежит левее точки c (как на рис. 3, где движение потока слева направо), и считается отрицательной в противном случае, т. е. когда точка d лежит правее точки c . Соответственно и показатель вершинной асимметрии A_a ведет себя аналогичным образом, и его знак зависит от того, где по отношению к точке c располагается точка d .

Для симметричных излучин, у которых линия срединного перпендикуляра является линией симметрии, оба показателя равны нулю, т. е.

$$A_a = A_w = 0.$$

Вместе с тем авторы отмечают, что поскольку формы излучин иногда имеют довольно сложные очертания, достоверно оценить степень асимметрии только одним из введенных ими показателей не всегда удастся. Так, равенство нулю одного из критериев асимметрии не является гарантией симметричности формы излучины; в некоторых случаях симметричное расположение вершины излучины наблюдается при различии в длинах верхнего и нижнего крыльев и наоборот. Поэтому для характеристики асимметрии излучин, по мнению авторов, следует одновременно использовать оба показателя, и судить о симметричности излучины русла можно только при равенстве нулю обоих показателей.

Предложенный авторами показатель вершинной асимметрии A_a по смыслу очень близок к описываемому формулой (1) коэффициенту асимметричности A_K из системы плановых морфологических измерителей ГМТ РП. Действительно, если $x_m < \lambda/2$, то для имеющей положительное значение величины D выполняются равенства:

$$D = \lambda/2 - x_m \quad \text{или} \quad 2D = \lambda - 2x_m.$$

Если же $x_m > \lambda/2$, то имеющая в силу допущения, принятого авторами, отрицательное значение величина D определяется следующим образом:

$$-D = x_m - \lambda/2 \quad \text{или} \quad 2D = \lambda - 2x_m.$$

Таким образом, из формулы (1) и двух последних равенств легко увидеть, что показатель вершинной асимметрии A_a и коэффициент асимметричности излучины A_K имеют противоположные знаки и связаны соотношением:

$$A_a = -2 A_K (y_m / \lambda). \quad (8)$$

Сравнивая последнее равенство с выражением (4), также имеем:

$$A_a = 2A_Z. \quad (9)$$

В.А. Савицкий (Савицкий, 1995) для учета асимметричности излучин предложил индекс асимметричности A_F , основанный на сравнении площадей под верхним и нижним крыльями излучин (см. рис. 4):

$$A_F = \frac{F_d - F_u}{F_d + F_u} = \frac{F_d - F_u}{F}, \quad (10)$$

где F_u и F_d — площади под верхним и нижним крыльями излучины, $F = F_u + F_d$ — общая площадь фигуры, ограниченной осевой линией излучины и ее шагом. Из рис. 4 видно, что знак индекса A_F противоположен знакам A_w , A_a и A_Z и совпадает со знаком A_K . Автор провел анализ натурных данных по 123 излучинам рек Ямала и установил, что 60% этих излучин имели отрицательный показатель A_F , а 40% — положительный. Он также получил следующие данные по распределению абсолютных значений показателя A_F :

- излучины со значениями $|A_F| \leq 0.12$ — 40%;
- излучины со значениями $0.12 \leq |A_F| \leq 0.36$ — 51,5%;
- излучины со значениями $0.36 \leq |A_F| \leq 0.60$ — 8,5%.

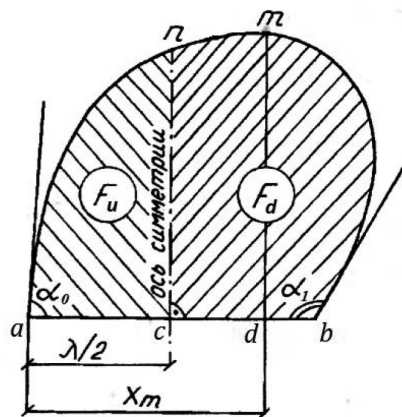


Рис. 4. Схема излучины: к выводу показателя асимметрии A_F

Fig. 4. Bend sketch: to the derivation of the asymmetry index A_F

Излучин со значениями $|A_F| > 0.60$ обнаружено не было. Излучины из первого интервала автор предложил называть слабо асимметричными, из второго — умеренно асимметричными, из третьего — сильно асимметричными. Насколько обосновано такое предложение, в настоящий момент трудно сказать — требуется анализ гораздо более обширного массива данных, предполагающий анализ и других индексов асимметричности. Поскольку точкой разделения верхнего и нижнего крыльев излучины Савицкий выбрал точку пересечения срединного перпендикуляра с осевой линией русла (точку n), есть основания полагать, что между индексом A_F и индексом A_W , при построении которого крылья излучины разделяются аналогичным образом, может быть высокая корреляция, однако проверка этого предположения на натурном материале не проводилась.

При построении рассмотренных выше индексов асимметричности излучин были реализованы различные подходы, при которых асимметрия излучины характеризуется одним из трех способов:

1) соотношениями длин некоторых характерных отрезков на линии шага (индексы A_K , A_Z и A_a);

2) разницей между длинами верховых и низовых крыльев излучины, отнесенной к полной длине излучины (индекс A_W);

3) соотношениями между площадями под верхним и нижним крыльями излучины (индекс A_F).

При втором из указанных подходов в структуру индекса асимметричности вовсе не обязательно закладывать именно разницу длин крыльев излучины, достаточно использовать длину лишь одного из крыльев. Следуя этой идее, мы бы предложили использовать индекс асимметричности излучины A_S , аналогичный по своей структуре индексу A_Z , но вместо соотношения длин отрезков на линии шага использовать отношение длины верхнего крыла излучины к ее полной длине:

$$A_s = 0.5 - \frac{S_u}{S}, \quad (11)$$

где S_u — длина участка излучины от ее начала до вершины (точки m); соответственно дробь в правой части формулы показывает, какую долю от общей длины излучины составляет ее верховая часть. В таком виде структура индекса A_S полностью соответствует структуре индекса A_Z , характеризующего отношение длины x_m к шагу λ . Индекс A_S является знакопеременным, как и все рассмотренные выше индексы, причем его знак будет совпадать со знаком индексов A_W и A_Z , а значения лежать в диапазоне

$$-0.5 < A_s < +0.5 \quad (12)$$

Для симметричных излучин $A_S = 0$. Можно предположить, что ввиду концептуальной идентичности формул, определяющих индексы A_Z и A_S , их численные значения будут демонстрировать высокую корреляцию, но это предположение требует проверки фактическими данными.

Рассмотрим теперь, какие показатели асимметричности были предложены для анализа планиметрии меандрирующего русла в случаях, когда за морфологическую единицу принимается *меандр*. При этом нужно отметить, что из двух подходов к определению понятия «меандр» (см. (Замышляев, 2025)) ни в одной работе, посвященной анализу асимметрии меандров, не было дано определение индекса асимметричности для меандров, состоящих из последовательности двух смежных излучин. Это вполне понятно, поскольку чаще всего смежные излучины не имеют абсолютно одинаковых плановых форм и, соответственно, их показатели асимметричности не обязательно совпадают, но тогда возникает естественный вопрос: индекс какой из двух входящих в меандр излучин следует использовать как показатель асимметричности всего меандра. По этой причине во всех рассмотренных ниже работах меандрами считаются участки русла, состоящие из одной расположенной в середине меандра излучины и двух частей соседних излучин выше и ниже по течению. Различия в последующем анализе в рассмотренных работах состояли в следующем: либо асимметрия меандра оценивалась как асимметрия лишь его центральной излучины — так делали Ielpi с соавт. (Ielpi et al., 2021) и Lopez Dubon с соавт. (Lopez Dubon et al., 2025), либо рассматривались верхние и нижние половинки (крылья) меандров, т. е. длины между последовательными вершинами меандров, и эти значения использовались в выражениях, служащих показателями асимметричности меандра, — так делали Limaye (Limaye, 2025) и Carson&Lapointe (Carson, Lapointe, 1983).

В работе Ielpi с соавт. (Ielpi et al., 2021) используется показатель асимметричности A , представляющий собой отношение разницы длин крыльев входящей в состав меандра излучины к ее длине, — смысл используемых в этом показателе параметров проиллюстрирован эскизом, заимствованным из работы авторов и приведенным на рис. 5:

$$A = \frac{L_u - L_d}{L_u + L_d}, \quad (13)$$

где L_u — длина верхнего, а L_d — длина нижнего крыла излучины. Заметим, что эти длины L_u и L_d авторы определяют как расстояние по осевой линии до вершины излучины, а не до

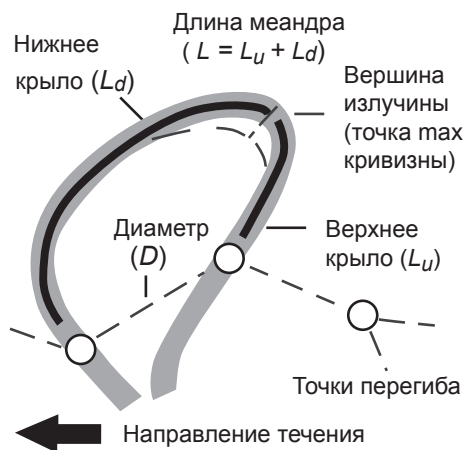


Рис. 5. Иллюстрация из работы (Ielpi et al., 2021) к определению коэффициента асимметричности излучин A (движение потока справа налево)

Fig. 5. Illustration from (Ielpi et al., 2021) for determining the coefficient of bend asymmetry A (flow from right to left)

точки пересечения срединного перпендикуляра с осевой линией русла, как это делается при определении показателя асимметричности крыльев A_w , причем вершиной авторы называют точку, в которой кривизна осевой достигает максимума, а не точку, которая отстоит на максимальном расстоянии от линии шага. Авторы также отмечают, что A находится в диапазоне $-1 \leq A \leq +1$, но на чем основывается такая оценка, не ясно: все переменные в правой части формулы (13) больше нуля, и потому в пределах излучины не существует точек, в которых индекс A по абсолютной величине может равняться 1.

Показатель A^* из работы Limaye (Limaye, 2025) имеет аналогичную структуру, только понятие крыльев излучин у автора получает иное толкование: если Ielpi с соавт., говоря об асимметрии меандров, по сути, используют параметры, относящиеся к излучине, то Limaye за длины крыльев принимает расстояния L_u^* и L_d^* между последовательными вершинами на участке русла, идентифицированном как меандр, — см. заимствованный из работы автора рис. 6а:

$$A^* = \frac{L_u^* - L_d^*}{L_u^* + L_d^*} \quad (14)$$

Легко заметить, что структура двух последних показателей схожа не только между собой, но и со структурой индекса A_w в работе Чалова с соавт. (Чалов и др., 2004).

М.А. Carson и M.F. Lapointe (Carson, Lapointe, 1983) вводят выраженный в процентах и основанный на соотношении траверсов излучин в меандрах индекс асимметричности меандра A_M , имеющий вид:

$$A_M = 100 \frac{u}{u + d}, \quad (15)$$

причем значения u и d предлагается понимать из заимствованной из этой работы иллюстрации, приведенной на рис. 6б. С одной стороны, структурно этот индекс близок к последним четырем показателям асимметричности, но с другой стороны, из приведенного рисунка не вполне понятно, что именно авторы называют меандром, — судя по всему, у авторов не совсем традиционный подход к рассмотрению меандров: структурной единицей для

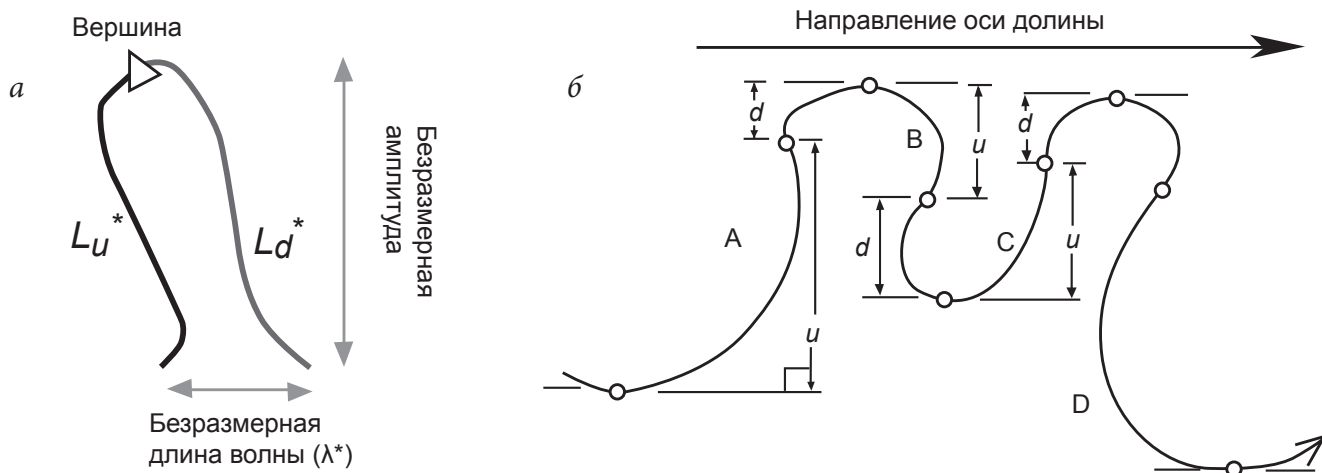


Рис. 6. Иллюстрации к определению коэффициентов асимметричности излучин: а — из работы (Limaye, 2025); б — из работы (Carson, Lapointe, 1983)

Fig. 6. Illustrations for determining the asymmetry coefficients of bends: а — from (Limaye, 2025); б — from (Carson, Lapointe, 1983)

анализа они принимают участок русла между двумя последовательными вершинами, т. е. половину меандра в одной из традиционных интерпретаций термина «меандр» (см. (Замышляев, 2025)). Про этот индекс определенно можно сказать лишь то, что его значения лежат в диапазоне $0 < A_M < 100\%$; другие детали по структуре формулы (15) раскрыть невозможно.

Еще один подход к определению показателя асимметричности меандра A_L (а по сути — излучины) применен в работе Lopez Dubon с соавт. (Lopez Dubon et al., 2025). Этот индекс имеет ту же структуру, что и вышеприведенные показатели асимметричности A_W , A и A^* (см. рис. 7, заимствованный из указанной работы), но в числителе стоят не длины крыльев излучин, а длины отрезков l_u^* и l_d^* , соединяющих соответствующие точки перегиба с вершиной, в качестве которой выступает точка, наиболее удаленная от линии шага излучины:

$$A_L = \frac{l_u^* - l_d^*}{S} \quad (16)$$

Очевидно, что индексы A , A^* и A_L , так же как A_W , A_Z и A_S , могут иметь положительные и отрицательные значения, при этом, однако, из-за различия в определении длин крыльев знаки этих индексов не обязательно будут совпадать для всех излучин.

Вышерассмотренные индексы, используемые для описания асимметрии плановых форм речных излучин и меандров, кроме индекса A_F , основаны на соотношениях значений линейных элементов этих морфологических единиц, чаще всего — на разнице длин верховых и низовых крыльев излучины, причем эти крылья определяются по-разному, но все же преимущественно как участки осевой ли-

нии русла между точками перегиба и некоторыми характерными точками на осевой:

точкой пересечения срединного перпендикуляра с осевой — значения l_u и l_d в формуле (5);

точкой максимальной кривизны осевой — значения L_u и L_d в формуле (13);

точкой максимального удаления от оси пояса меандрирования — значения l_u^* и l_d^* в формуле (14), — или даже как отрезки прямых l_u^* и l_d^* , соединяющих точки перегиба с вершиной излучины в формуле (16). Все перечисленные индексы являются безразмерными, и во всех случаях нормирующим параметром выступает полная длина излучины, кроме индекса A^* , где для нормировки используется длина меандра.

Поскольку анализ планиметрии меандрирующих рек во всех случаях основывается на исследовании поведения осевой линии русла, чаще всего ее кривизны, которая по определению является производной от дирекционного угла по натуральной координате, показатели асимметричности излучин или меандров могут выражаться не только через их линейные или площадные элементы: достаточно естественным подходом является исследование поведения указанного дирекционного угла и использование его значений в некоторых характерных точках для определения различных измерителей плановой формы излучины, в том числе индексов асимметричности.

Одной из наиболее известных реализаций такого подхода к описанию осевой линии русла является работа W. Langbein и L. Leopold (Langbein, Leopold, 1966), в которой авторы, решая задачу получения наиболее вероятной плановой формы речного русла между двумя фиксированными точками с заданны-

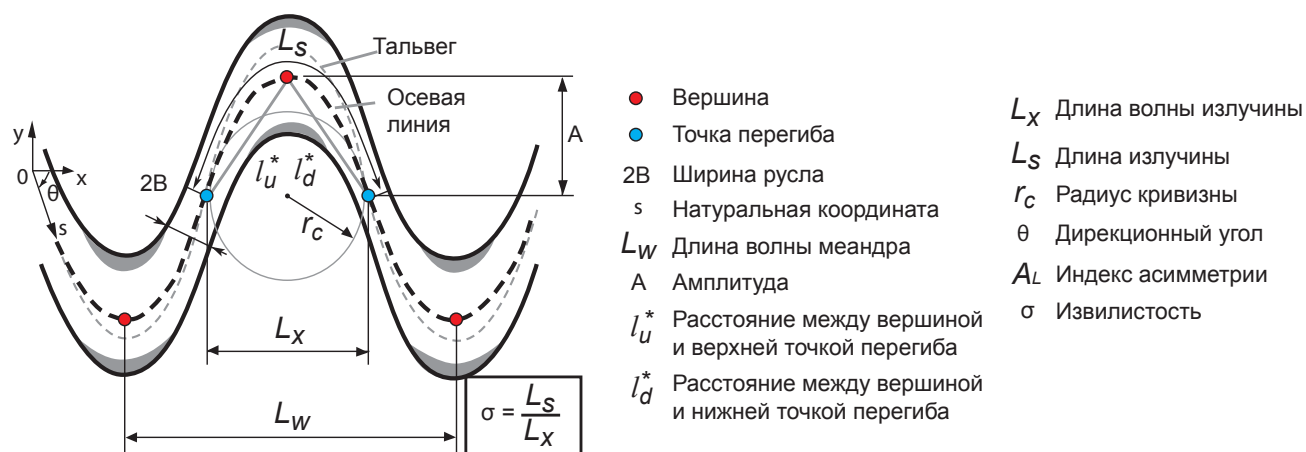


Рис. 7. Иллюстрация из работы (Lopez Dubon et al., 2025) для показа определения индекса асимметричности меандра A_L

Fig. 7. Illustration from (Lopez Dubon et al., 2025) to illustrate the definition of the meander asymmetry index A_L

ми длиной и направлением в начальной точке, при которой минимизируется сумма квадратов изменений дирекционных углов на каждом последующем отрезке русла, получили выражение для угла наклона касательной к осевой в пределах меандра:

$$\theta = \omega \sin(2\pi s/M), \quad (17)$$

где θ — угол наклона касательной к осевой; M — дуговая длина меандра; $s \in [0, M]$ — натуральная координата; ω — максимальное по абсолютной величине значение угла θ , достигаемое в точках $s/M = 0.25$ и $s/M = 0.75$ (см. рис. 8, заимствованный из указанной работы). Полученную кривую авторы назвали «синусом-порожденной кривой» (СПК), отмечая то обстоятельство, что в пределах меандра угол наклона касательной к осевой меняется по синусоидальному закону.

Меандром на рис. 8 считается участок русла от точки «b» до точки «f», а излучин, являющихся участками русла между точками перегиба, на этом рисунке три: от «a» до «c», от «c» до «e» и от «e» до «g». Для излучин вместо выражения (12) удобнее использовать зависимость следующего вида:

$$\theta = \omega \cos(\pi s/S), \quad (18)$$

где S — дуговая длина излучины (от точки «c» до точки «e»); s для излучины, соответственно, лежит в интервале $s \in [0, S]$; ω , как и ранее, есть максимальное значение угла θ , достигаемое в точке $s/S = 0$. Поскольку для излучины горизонтальная ось совпадает с линией шага излучины, то ω имеет смысл угла входа излучины.

Кривизна линии K в точке есть производная по натуральной координате, т. е. $K = d\theta / ds$; соответ-

ственно, выражение для K в пределах излучины имеет вид:

$$K = \frac{1}{\rho} = -\frac{\pi}{S} \omega \sin \pi \frac{s}{S}, \quad (19)$$

где ρ — радиус кривизны осевой в точке s/S .

В постановке задачи У. Лангбейна и Л. Лиополда проблема речных меандров идентична задаче из класса случайных блужданий, которая изучалась в 1951 и 1964 гг. фон Шеллингом (Von Schelling, 1951, 1964), получившим аналогичное выражение для дирекционного угла. Интересно отметить, что еще раньше — в начале XX в. — Л. Фарг (Fargue, 1908) применял для аппроксимации плановых форм излучин р. Гаронны два типа кривых, у которых кривизна менялась в одном случае по линейному, а в другом — по синусоидальному закону. Таким образом, аппроксимация У. Лангбейна и Л. Лиополда, выражаемая зависимостью (19), по сути, сводится ко второму способу описания, использованному Л. Фаргом (выражение для кривизны как косинус-функция от s приведено со ссылкой на Л. Фарга в работе С. Лелявского (Лелявский, 1961, с.108)).

При описании осевой линии русла через поведение дирекционного угла θ как функции натуральной координаты s , отсчитываемой по оси русла от начала излучины ($s \in [0, S]$), можно показать (Замышляев, 1983), что необходимым и достаточным условием симметричности излучины является выполнение в любой точке s следующего равенства:

$$\Theta(s) = -\Theta(S - s) \quad (20)$$

(для меандров это условие будет иметь несколько иной вид, в зависимости от того, что понимается под меандром).

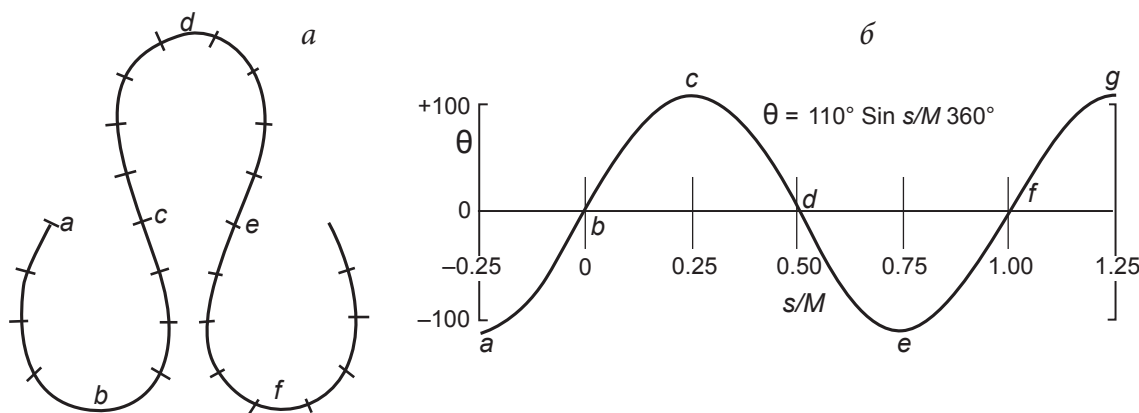


Рис. 8. а: плановая форма СПК при $\omega = 110^\circ$; б: график зависимости угла θ (в градусах) от безразмерной натуральной координаты s/M в пределах меандра

Fig. 8. а: plan shape of the “sine-generated curve” (SGK) at $\omega = 110^\circ$; б: graph of the dependence of the angle θ (in degrees) on the dimensionless intrinsic coordinate s/M within the meander

Некоторые исследователи (например, Carson & Lapointe, 1983) считают, что СПК является удовлетворительной аппроксимацией плановой формы многих природных излучин, однако она описывает лишь симметричные излучины, для которых выполняется равенство (20). Для описания плановой формы несимметричных меандров часто используется так называемая кривая Киношита (Kinoshita, 1961), которую можно привести к следующему виду (Abad and Garcia, 2005):

$$\theta = \omega \sin\left(\frac{2\pi s}{M}\right) + \omega^3 \left(J_s \cos\left(3 \frac{2\pi s}{M}\right) - J_f \sin\left(3 \frac{2\pi s}{M}\right) \right), \quad (21)$$

где J_s и J_f — коэффициенты асимметричности (скошенности — skewness) и сплюсненности (flatness), соответственно. Хотя точные выражения для этих коэффициентов не приводятся, но можно показать, что

$$J_s \sim D^*/S \quad (22)$$

$$J_f \sim S/y_m, \quad (23)$$

где D^* — расстояние между точкой середины шага и проекцией на линию шага точки максимальной кривизны осевой, S — длина, а y_m — стрела излучины. Надо заметить, что выражение (21) удовлетворительно описывает далеко не все асимметричные излучины.

Н.Е. Кондратьев также подбирал способы описания плановой формы осевой линии русла (Кондратьев, 1968). Описание предложенного им способа заняло бы много места, а потому здесь не приводится. Отметим только, что применение этого способа предполагает нахождение некоторых эмпирических параметров, характеризующих, в частности, асимметричность излучины. Было показано (Замышляев, 1982), что подход, предложенный Н.Е. Кондратьевым, позволяет описать поведение дирекционного угла на излучине следующим выражением:

$$\theta = \frac{\alpha}{2} \left[\cos \pi \frac{s}{S} - \frac{\sin 2\pi \frac{s}{S} \sin \pi \frac{s}{S}}{14 - 18 \cos^2 \frac{s_*}{S}} \right] - E_z, \quad (24)$$

где через s_* обозначена точка на осевой, в которой кривизна имеет максимальное значение. В это выражение, по сути, входят два показателя, характеризующие асимметричность излучины:

1) индекс s_*/S , имеющий схожую с показателем A_s в формуле (14) структуру, если в качестве S_u используется значение L_u из формулы (10);

2) коэффициент асимметричности E_z , предложенный В.И. Замышляевым (Замышляев, 1982):

$$E_z = \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0 + \alpha_1} = \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha}. \quad (25)$$

Этот простой коэффициент асимметричности излучин E_z , как и большинство рассмотренных выше индексов, имеет положительное значение для излучин, скошенных вниз по течению, отрицательное — для излучин, скошенных вверх по течению, и нулевое — для симметричных излучин.

М.М. Гендельманом (Гендельман, 1982) был предложен коэффициент E_G , характеризующий асимметричность излучины и также основанный на значениях ее углов входа и выхода:

$$E_G = \alpha_0 / \alpha_1 \quad (26)$$

Очевидно, что во всех случаях $E_G > 0$, причем для симметричных излучин $E_G = 1$, при $E_G < 1$ излучины скошены вниз по течению, а при $E_G > 1$ — вверх по течению. Легко также увидеть связь между индексами E_z и E_G :

$$\begin{cases} E_z = \frac{E_G - 1}{E_G + 1} \\ E_G = \frac{1 + E_z}{1 - E_z} \end{cases}, \quad (27)$$

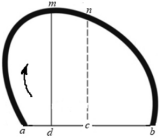
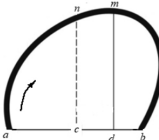
поэтому по значению одного из них можно установить значение другого.

Сводка всех рассмотренных в данной работе индексов асимметричности излучин приведена в табл. 1. Из этой таблицы легко видеть, что наиболее информативными являются показатели A_a и A_z , поскольку они позволяют определять не только направление скошенности излучин — вниз или вверх по течению, но и степень этой асимметричности, обнаруживать, что излучина является заваленной. Как было показано, между этими индексами также есть однозначная зависимость, выражаемая формулой (9).

Иначе обстоит дело, когда при анализе планиметрических характеристик меандрирующего русла в качестве морфологической единицы используется меандр. Для меандра как единой морфологической единицы понятие асимметрии в целом не имеет смысла (что отмечается, напр., в работе (Limaue, 2025)), а потому чаще всего в качестве индексов асимметричности меандров используются индексы асимметричности излучин, входящих в состав меандров, что по сути может служить свидетельством преимущества подхода, основанного на использовании понятия «излучина», над подходом, использующим понятие «меандр». В целом, поскольку

Таблица 1. Показатели асимметрии излучин

Table 1. Indicators of asymmetry of bends

Индекс асимметричности (в порядке представления в статье)	Значения для		Автор(ы)
	скошенных / заваленных вверх	скошенных / заваленных вниз	
			
$A_K = \frac{2x_m - \lambda}{2y_m} = \operatorname{tg} \gamma \quad (1-2)$	$A_K < 0 \quad /$ $A_K < 0$	$A_K > 0 \quad /$ $A_K > 0$	Н.Е. Кондратьев (Кондратьев, 1968)
$A_Z = 0.5 - \frac{x_m}{\lambda} \quad (3)$	$A_Z > 0 \quad /$ $A_Z > 0,5$	$A_Z < 0 \quad /$ $A_Z < -0,5$	В.И. Замышляев
$A_W = \frac{l_u - l_d}{l_u + l_d} = \frac{l_u - l_d}{S} \quad (5)$	$l > A_W > 0 \quad /$ $l > A_W > 0$	$-l < A_W < 0 \quad /$ $-l < A_W < 0$	Р.С.Чалов, А.С. Завадский, А.В. Панин (Чалов и др., 2004)
$Aa = \frac{2D}{\lambda} \quad (6)$	$Aa > 0 \quad /$ $Aa > 1$	$Aa < 0 \quad /$ $Aa < -1$	
$A_F = \frac{F_d - F_u}{F_d + F_u} = \frac{F_d - F_u}{F} \quad (10)$	$A_F < 0 \quad /$ $A_F < 0$	$A_F > 0 \quad /$ $A_F > 0$	В.А. Савицкий (Савицкий, 1995)
$A_S = 0.5 - \frac{S_u}{S} \quad (11)$	$A_S > 0 \quad /$ $A_S > 0$	$A_S < 0 \quad /$ $A_S < 0$	В.И. Замышляев
$A = \frac{L_u - L_d}{L_u + L_d} \quad (13)$	$A > 0 \quad /$ $A > 0$	$A < 0 \quad /$ $A < 0$	А. Ielpi (Ielpi et al, 2021)
$A^* = \frac{L_u^* - L_d^*}{L_u^* + L_d^*} \quad (14)$	N/A	N/A	А. В. Limaye (Limaye, 2025)
$A_M = 100 \frac{u}{u + d} \quad (15)$	$0 < A_M < 100\%$		М.А. Carson, М.Ф. Lapointe (Carson & Lapointe, 1983)
$A_L = \frac{l_u^* - l_d^*}{S} \quad (16)$	N/A	N/A	S. Lopez Dubon, A. Sgarabotto, S. Lanzoni (Dubon et al, 2025).
$E_Z = \frac{a_0 - a_1}{a} \quad (25)$	$E_Z > 0 \quad /$ $E_Z > 0$	$E_Z < 0 \quad /$ $E_Z < 0$	В.И. Замышляев (Замышляев, 1982)
$E_G = \frac{a_0}{a_1} \quad (26)$	$E_G > 1$	$E_G < 1$	М.М. Гендельман (Гендельман, 1982)

меандром считается участок русла, состоящий из двух смежных излучин или из частей трех смежных излучин, быть может, более репрезентативным показателем асимметричности меандра был бы индекс, основанный на соотношениях не только длин крыльев, но и других параметров, относящихся к излучинам (их частям), составляющим меандр, например, средних радиусов кривизны, стрел излучин и т. д., или их комбинаций. Важным фактором, который необходимо учитывать для понимания причин возникновения асимметрии, является, скорее всего, и то обстоятельство, что линии шагов смежных излучин или их частей, составляющих меандр, не лежат на одной прямой, а составляют между собой некоторый угол (углы). Вполне возможно, что именно в этом кроется основная причина асимметрии свободных излучин и меандров. Более глубокое обсуждение этих вопросов требует, однако, дополнительного изучения.

Удобство использования коэффициентов, выражаемых через значения угла наклона касательной к осевой линии русла в определенных точках, как в случае с показателем E_Z , где использованы такие углы в начальной и конечной точках излучины, можно обосновать следующими соображениями.

В.И. Замышляев разработал математическую модель плановых деформаций меандрирующих русел (Замышляев, 1982), в рамках которой было получено и исследовано уравнение плановой деформации русла, имеющего в упрощенной форме следующий вид (нижние индексы означают дифференцирование по соответствующим переменным):

$$\theta_T + \left[V^2 \int_0^s \theta_s^2 ds + f(T) \right] \theta_s = -V^2 \theta_{ss}, \quad (28)$$

где V — средняя по сечению скорость потока; $f(T)$ — функция, определяемая видом граничных условий; T — безразмерное время, связанное с реальным физическим временем t формулой:

$$T = \varepsilon \frac{V^2}{\lambda^2} t, \quad (29)$$

где ε — эмпирический коэффициент, характеризующий податливость берега размыву. Было показано, что при определенных граничных условиях хорошим приближением к решению уравнения (28) является функция, имеющая вид СПК:

$$\theta(s, T) = \omega(T) \cos \left(\pi \frac{s}{S(T)} \right), \quad (30)$$

причем $\omega(T)$ и $S(T)$ определяются следующими обыкновенными дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dT} = \pi^2 V^2 \frac{\omega}{S^2} \\ \frac{dS}{dT} = \pi^2 V^2 \frac{\omega^2}{2S} \end{cases} \quad (31)$$

На самом деле можно показать (Замышляев, 1983), что решением уравнения плановой деформации русла (28) будет не только функция (30), но при любом целом m и функция вида

$$\theta(s, T) = \frac{\omega_0}{2} + \sum_{n=1}^m \omega_n \cos \left(\pi n \frac{s}{S_n} \right) \quad (32)$$

Очевидно, что такое разложение функции $\theta(s, T)$ в ряд Фурье способно при достаточном количестве гармоник m описать плановые формы практически любых излучин (разумеется, отвечающих условиям, при которых применимо Фурье-преобразование). Зная начальную форму излучины, можно определить значения коэффициентов ω_n , причем чем больше слагаемых в этой сумме, тем точнее будет аппроксимация. Однако для большинства правильных излучин значений первых нескольких гармоник будет вполне достаточно для хорошей аппроксимации их плановой формы. В работе Замышляева (Замышляев, 1982) приведены выражения для этих коэффициентов при значениях вплоть до $m = 4$. Эти коэффициенты выражаются через значения угла наклона касательной θ в различных точках по длине излучины. В частности, при $m = 4$ коэффициенты ω_n выражаются через значения угла $\theta(s)$ в следующих точках излучины: $s = 0$, $s = S_0/3$, $s = S_0/2$, $s = 2S_0/3$, $s = S_0$, где S_0 есть длина излучины в начальный момент времени. При этом коэффициенты ω_n имеют такую же структуру, что и индекс E_Z . Могут быть и другие подходы, где важным является именно соотношение углов входа и выхода, вот почему они могут представлять самостоятельный интерес при исследовании асимметрии излучин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вышеприведенный анализ показал, что существует большое количество индексов, с помощью которых можно получить представление о характере и степени асимметричности излучин. Можно отметить, что большая часть таких показателей основана на соотношениях тех или иных линейных элементов, составляющих излучину, главным образом, на соотношениях отрезков, на которые делится шаг излучины проекциями тех или иных точек на осевой, — индексы A_K , A_a , A_Z ; или на соотношениях длин крыльев излучины, определяемых

различным образом, — индексы A_w , A , A^* , A_L , A_M , A_S . Рассмотрены также показатель, основанный на соотношениях площадей под крыльями излучин A_F , и два показателя, основанные на значениях углов входа и выхода излучины, — E_Z и E_G , связанные между собой зависимостью (27). Заметим, что для симметричных излучин индекс $A_M = 50\%$, индекс $E_G = 1$, а все остальные индексы асимметричности для симметричных излучин равны нулю.

Фактор асимметрии излучин и меандров важен для понимания закономерностей изменения их плановых форм. Кроме того, индексы асимметричности наряду с другими параметрами используются в некоторых методах аппроксимации осевой линии русла меандрирующих рек и последующего анализа ее кривизны. Благодаря все большей автоматизации способов обработки картографических материалов и космических снимков проведение подобного анализа может основываться на обработке больших массивов данных, что, безусловно, повысит достоверность получаемых знаний о закономерностях процесса меандрирования, однако рассмотрение таких работ выходит далеко за рамки темы настоящей статьи.

ЛИТЕРАТУРА

Гендельман М.М. О формах речных излучин // Сборник работ по гидрологии, № 17, 1982. С. 197–207.

Замышляев В.И. Математическое моделирование плановых переформирований русел меандрирующих рек: дисс. ... канд. техн. наук. 1982. 184 с.

Замышляев В.И. Математическая модель плановых переформирований речного русла // Труды ГГИ, 1983, вып. 288. С. 56–72.

Замышляев В.И. «Меандр» и «излучина» как морфологические единицы планиметрии меандрирующего русла: анализ существующих представлений // Эрозия почв и русловые процессы (в печати). 2025

Кондратьев Н.Е. Гидроморфологические основы расчетов свободного меандрирования // Труды ГГИ, 1968, вып. 155. С. 5–38.

Лелявский С.Н. Введение в речную гидравлику. Л.: Гидрометеоздат, 1961. 233 с.

Савицкий В.А. Об асимметрии речных излучин // Геоморфология. 1995. №3. С. 73–79

Чалов Р.С., Завадский А.С., Панин А.В. Речные излучины. М.: изд-во МГУ. 2004. 371 с.

Abad, J.D. Cfd simulations of asymmetric kinoshita-generated meandering bends // The XXXI International Association of Hydraulic Engineering and Research (IAHR) Congress / September 11–16, Seoul, Korea, 2005. 10 p.

Carson, M.A., Lapointe, M.F. The inherent asymmetry of river meander planform // Journal of Geology, 91(1), 1983. P. 41–55.

Fargue, L. La forme du lit des rivières à fond mobile, Paris: Gauthier-Villars. 1908.

Ielpi A., Lapôtre M.G.A., Finotello A., Ghinassi M. Planform-asymmetry and backwater effects on river-cutoff kinematics and clustering // Earth Surface Processes and Landforms. Vol. 46, Iss2. 2021. P.357–370. <https://doi.org/10.1002/esp.5029>

Kinoshita, R. Investigation of channel deformation in Ishi-kari River // Dep. Sci. and Tech., Bur. of Resour., Tech. Rep. 13, Tokyo, Japan. 1961. 174 p.

Langbein, W.B., Leopold L.B. River meanders—Theory of minimum variance, U.S. Geol. Surv. Prof. Pap., 422H, 1966. P. 1–19.

Limaye, A.B. A geometric algorithm to identify river meander bends: 2. Test for characteristic shapes. Journal of Geophysical Research: Earth Surface, 130, e2024JF007909. 2025.

<https://doi.org/10.1029/2024JF007909>

Lopez Dubon, S., Sgarabotto, A., Lanzoni, S. A curvature-based framework for automated classification of meander bends // Water Resources Research, 61, 2025. <https://doi.org/10.1029/2024WR037583>

Von Schelling, H. Most frequent particle paths in a plane // Am. Geophys. Union Trans., Vol. 32, 1951, P. 222–226.

Von Schelling, H. Most frequent random walks // Gen. Elec. Co. Rept. 64GL92, Schenectady, N.Y. 1964

ОБОЗНАЧЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В РАБОТЕ

Точки на осевой линии русла:

a — начальная (верховая) точка излучины (верхняя по течению точка перегиба осевой)

b — конечная (низовая) точка излучины (нижняя по течению точка перегиба осевой)

m — вершина излучины (точка, наиболее удаленная от линии шага)

n — точка пересечения осевой линии русла с перпендикуляром, проходящим через середину линии шага (срединный перпендикуляр)

Точки на линии шага излучины:

c — середина шага излучины

d — основание вершины излучины (проекция вершины излучины m на линию шага)

Линейные параметры (измерители излучины):

λ — шаг излучины

ρ — радиус кривизны осевой линии в точке

D — расстояние между серединой шага и основанием вершины излучины

K — кривизна осевой линии в точке

M — дуговая длина меандра
 s — натуральная координата
 S — длина излуины
 x_m — расстояние между верховой точкой излуины и основанием вершины

y_m — высота (стрела) излуины

Углы (измерители излуины):

α_0 — угол входа излуины

α_1 — угол выхода излуины

α — угол разворота излуины

β — угол сопряжения излуин

γ — угол между срединным перпендикуляром и прямой, соединяющей середину шага с вершиной излуины

θ — угол между касательной к осевой и линией шага

ω — максимальное по абсолютной величине значение угла θ

Площадные параметры:

F — общая площадь излуины

F_d — площадь под нижним крылом излуины

F_u — площадь под верхним крылом излуины

Показатели асимметричности, выраженные через линейные параметры:

$A, A^*, A_a, A_F, A_K, A_L, A_M, A_S, A_W, A_Z$

Показатели асимметричности, выраженные через углы:

E_G, E_Z

Линейные параметры, входящие в индексы асимметричности:

d — длина нижнего элемента (в индексе A_M)

l_d — длина нижнего крыла излуины (в индексе A_W)

l_u — длина верхнего крыла излуины (в индексе A_W)

l_u^* — длина нижнего отрезка (в индексе A_L)

l_u^* — длина верхнего отрезка (в индексе A_L)

L_d — длина нижнего крыла излуины (в индексе A)

L_u — длина верхнего крыла излуины (в индексе A)

L_d^* — длина нижнего крыла излуины (в индексе A^*)

L_u^* — длина верхнего крыла излуины (в индексе A^*)

S_u — длина участка от начала излуины до вершины (в индексе A_S)

u — длина верхнего элемента (в индексе A_M)

Другие обозначения:

ε — эмпирический коэффициент, характеризующий податливость берега размыву

π — число π

ω_n — коэффициенты разложения в ряд Фурье

D^* — расстояние между серединой шага и проекцией на линию шага точки максимальной кривизны осевой

$f(T)$ — функция, определяемая видом граничных условий

J_s и J_f — коэффициенты асимметричности и сплюсненности для кривой Киношты

s_* — точка на осевой, в которой кривизна имеет максимальное значение

S_0 — длина излуины в начальный момент времени

T — безразмерное время

V — средняя по сечению скорость потока;

a, b, c, d, e, f, g — точки осевой линии на рис. 8

ОБ АВТОРЕ

Замышляев Виталий Иванович, ФГБУ «Государственный гидрологический институт», кандидат технических наук, научный сотрудник отдела русловых процессов.

Сл. адрес: 199004, Санкт-Петербург, 2-я линия В.О., д. 23

E-mail: viza51@mail.ru

INDICATORS OF ASYMMETRY OF BENDS AND MEANDERS

V.I. Zamyshlyayev

FSBI "State Hydrological Institute", St. Petersburg, Russia
viza51@mail.ru

Abstract. The question of the parameters characterizing the asymmetry of bends and meanders deserves special consideration, since most bends and meanders have obviously asymmetrical plan forms, and this fact has been noted by many researchers. In addition, the asymmetry indices of bends (meanders) are included in a number of expressions used to approximate the plan forms of the channel centerline. This paper discusses some indicators used as asymmetry indices of bends, specifies the parameters included in the formulas determining these indices, and compares them from the standpoint of the completeness of the description of the asymmetry of river bends (meanders) and the convenience of use in analyzing the planimetry of meandering channels.

Keywords: meandering channel, systems of bend planimetric indexes, bend wavelength, bend apex, entrance angle, exit angle, bend wings

REFERENCES

- Abad, J.D. Cfd simulations of asymmetric kinoshita-generated meandering bends // The XXXI International Association of Hydraulic Engineering and Research (IAHR) Congress / September 11–16, Seoul, Korea, 2005. 10 p.
- Carson, M.A., Lapointe, M.F. The inherent asymmetry of river meander planform // *Journal of Geology*, 91(1), 1983. P. 41–55.
- Chalov R.S., Zavadsky A.S., Panin A.V. River meanders. [Scientific editor Chalov, R.S.] Moscow University Press, 2004. 371 p. (In Russ.)
- Fargue, L. La forme du lit des rivières à fond mobile, Paris: Gauthier-Villars. 1908.
- Gendel'man, M.M. On the forms of river meanders // *Collection of works on hydrology*, No. 17, 1982. P. 197–207. (In Russ.)
- Ielpi A., Lapôtre M.G.A., Finotello A., Ghinas-si M. Planform-asymmetry and backwater effects on river-cutoff kinematics and clustering // *Earth Surface Processes and Landforms*. Vol. 46, Iss 2. 2021. P. 357–370. <https://doi.org/10.1002/esp.5029>
- Kinoshita, R. Investigation of channel deformation in Ishi-kari River // *Dep. Sci. and Tech., Bur. of Resour., Tech. Rep. 13*, Tokyo, Japan. 1961. 174 p.
- Kondrat'ev N.E. Hydromorphological basis of calculations of free meandering. Tr. GGI [Proceedings of the State Hydrological Institute], 1968, iss. 155, P. 5–38. (In Russ.)
- Langbein, W.B., Leopold L.B. River meanders—Theory of minimum variance, U.S. Geol. Surv. Prof. Pap., 422H, 1966. P. 1–19.
- Lelyavsky S.N. Introduction to river hydraulics. — L.: Gidrometeoizdat, 1961. 233 p. (In Russ.)
- Limaye, A.B. A geometric algorithm to identify river meander bends: 2. Test for characteristic shapes. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 130, e2024JF007909. 2025. <https://doi.org/10.1029/2024JF007909>
- Lopez Dubon, S., Sgarabotto, A., Lanzoni, S. A curvature-based framework for automated classification of meander bends // *Water Resources Research*, 61, 2025. <https://doi.org/10.1029/2024WR037583>
- Savitsky V.A. On the asymmetry of river bends // *Geomorfologiya*. 1995. No. 3. P. 73-79. (In Russ.)
- Von Schelling, H. Most frequent particle paths in a plane // *Am. Geophys. Union Trans.*, Vol. 32, 1951, P. 222–226.
- Von Schelling, H. Most frequent random walks // *Gen. Elec. Co. Rept. 64GL92*, Schenectady, N.Y. 1964.
- Zamyshlyayev V.I. Mathematical modeling of plan re-formations of meandering rivers channels. Diss... kand. texn. nauk. 1982. 184 p. (In Russ.)
- Zamyshlyayev V.I. Mathematical model of plan deformation of river channels // Tr. GGI [Proceedings of the State Hydrological Institute], 1983, iss. 288, P. 56–72. (In Russ.)
- Zamyshlyayev V.I. "Meander" and "bend" as morphological units of planimetry of a meandering channel: an analysis of existing concepts // *E'roziya pochv i ruslovy'e processy* (in print). 2025 (In Russ.)

ABOUT THE AUTHOR

Zamyshlyayev Vitaly Ivanovich, FSBI "State Hydrological Institute". Candidate of technical sciences (PhD), Researcher at the Department of Channel Processes

Office address: 199004, Russian Federation, St. Petersburg, Vasilyevsky Island, 2nd line, 23

E-mail: viza51@mail.ru